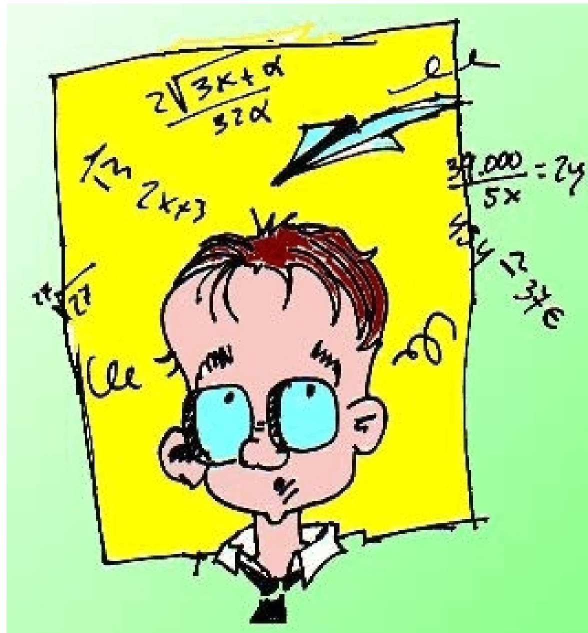
¿PARA QUÉ ENSEÑAR MATEMÁTICA EN LA ESCUELA PRIMARIA?

Por Roberto Markarian



Esta pregunta me pareció un poco sorprendente porque podría entenderse que detrás de ella está el cuestionamiento: ¿Hay que enseñar matemática en la escuela? Casi todos responderían afirmativamente a esto último. Algunos habrán olvidado para qué, otros quizás nunca lo supieron. Por lo tanto, la pregunta original tiene sentido. Y tiene sentido tomarse la respuesta en serio. O sea, no responder únicamente: porque a los 10 años el niño tiene que saber sumar y multiplicar. Ésta es una respuesta operativa, pragmática. Soy de los que cree que el niño debe saber operar bien, que no hay computadora que elimine la necesidad de manipular los números, adquirir una imagen cuantitiva de los objetos de este mundo. Pero no basta.

Estas notas estarán carentes de ejemplificaciones detalladas, de la experiencia de tratar con niños de cerca de 10 años, pero pueden tener la validez de quien trata y le gusta tratar con jóvenes en quienes las dificultades de aprendizaje de dos lustros antes se reflejan en dolorosos traumas de estudio. Y de quien ha hecho de la enseñanza y de la investigación matemática su profesión.

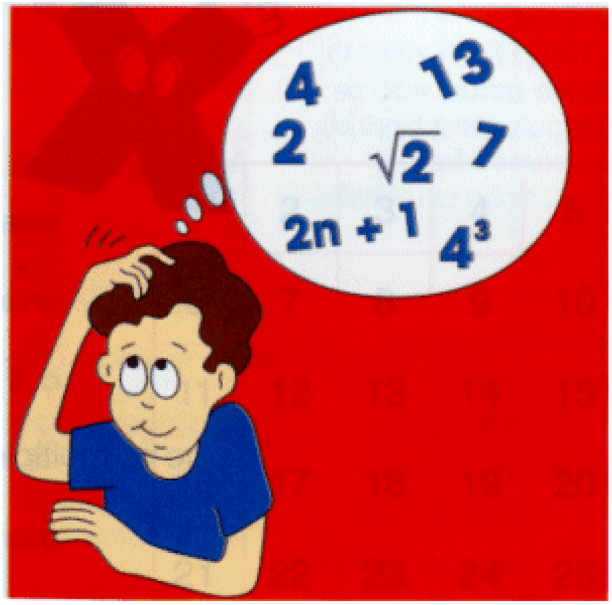
1. CONTAR

El niño pequeño aprende rápidamente a contar. Luego a distinguir. De individualizar los objetos que le rodean pasa a 'saber' sus nombres y a distinguir que algunas cosas pueden clasificarse en las mismas categorías. El ejemplo mejor estudiado es el de los pares, quizás porque tenemos varias partes del cuerpo que vienen de a dos. Después de distinguir que mis dos manos y las suyas tienen algo en común, reconoce que la misma propiedad es común a sus dos pies y, después, cuando pide un juguete y luego otro, el niño dice dos juguetes. Y ha empezado a contar.

Los sucesivos números naturales hasta alrededor de diez vienen después, y en general antes que el uno. Para un adulto esto puede resultar extraño, pero parece ser que inicialmente es tan evidente la individualización de los objetos aislados que es innecesario 'contarlos', y por tanto darle un número (el uno) a su cantidad. La creación de un nombre y un símbolo para expresar la inexistencia de objetos es un asunto definitivamente más complicado. Los niños no adquieren rápidamente la idea del cero, que es la negación de la existencia. La misma humanidad necesitó del símbolo muy tardíamente en su desarrollo y su introducción en nuestro mundo occidental significó un inmenso avance en el desarrollo de la matemática.

Los niños más interesados pronto se preguntan cuál es el número más grande, los mejores alumnos llegan a una idea puramente matemática de infinito. Estos niños habrán dado un gran salto en el aprendizaje de la matemática y en desmitificar la disciplina.

He comentado, de esta manera un tanto atípica, para responder a la pregunta por dos razones: Que la aplicación de las leyes formales de las operaciones con los números naturales es uno de los mejores ejemplos del proceso matemático de generalización. Que creo que el buen conocimiento de los sistemas numéricos es parte necesaria del bagaje básico de quien se dedique a la enseñanza de la disciplina.



2. APROVECHAR TODAS LAS FACETAS

Necesitamos un verdadero entendimiento generalizado del papel que la matemática ha jugado y juega en la sociedad en que vivimos. Tratamos de reivindicar el contenido cultural de la matemática y la presentación de la matemática como la profunda historia y creación humana que en realidad es. Los profesores deberían saber cómo se han formado las ideas matemáticas para:

- Comprender las dificultades que la humanidad tuvo para elaborarlas;
- Relacionar unas ideas con otras, relaciones que muchas veces aparecen oscurecidas o incomprensibles en su formulación actual;
- Utilizar estos conocimientos como referencia en sus formas de enseñar.

Por otra parte, los profesores de todos los niveles deberíamos saber aprovechar las muchas facetas de la disciplina, no sólo para entusiasmar a nuestros alumnos sino para darle sus auténticas dimensiones. Recapitularemos a continuación algunas de esas facetas que se agregan y complementan con los aspectos históricos y culturales antes anotados.

- Es como un arte. Es arte de enlace entre sus distintas partes y teorías, o entre proposiciones aparentemente desligadas, así como la elegancia y limpidez de sus razonamientos, la brevedad y elocuencia y, a veces, la sorpresa de sus resultados, son gratos al espíritu, a nuestro modo de pensar. Incluso estos aspectos muchas veces satisfacen nuestro sentido estético.

- Es un lenguaje preciso y eficaz. En realidad una de las razones principales para la existencia y uso de la matemática es la elaboración de un lenguaje que permita resumir la presentación de otras ciencias y disciplinas. Más aún, el análisis sistemático u ordenado de muchos problemas técnicos o prácticos es frecuentemente imposible sin una buena presentación matemática, sin hacer un modelo formal.

- Es un eficaz instrumento para resolver cuestiones de la vida cotidiana o de la más sofisticada tecnología. Debidamente formalizado un problema es resoluble utilizando herramientas matemáticas que van de la simple suma, si se trata de saber las deudas que tenemos, hasta difíciles procesos del cálculo numérico si se quiere saber cuán cerca pasará un cometa (hacemos referencia a estos asuntos de cálculo por no poder explicar aquí cuestiones relacionadas con consecuencias derivadas directamente de teorías matemáticas: mecánica cuántica, teoría de la relatividad, etcétera).

- Por último, relacionados directamente con el primer aspecto tratado en esta enumeración, están los temas vinculados con la investigación matemática. En la enseñanza primaria y secundaria esto lleva a destacar los aspectos lúdicos, a ver los objetos matemáticos en juegos, que son tan importantes en la formación general de los individuos y su intelecto. En la enseñanza más avanzada se trata de explicar los desafíos abiertos en algunas ramas o de sacar partido de cuestiones relacionadas con los grandes problemas y conjeturas y hasta con la vida personal de los matemáticos (¿Sabe usted por qué el señor Nobel no estableció uno de sus premios para la matemática?).

Los profesores debemos impregnar la didáctica de la matemática de estos contenidos culturales, destacar la influencia de la matemática en la formación de los valores más ricos de la humanidad, de su profundo carácter histórico y evolutivo. No quepan dudas de que si ese espíritu caracteriza la enseñanza, su aprendizaje se verá facilitado.

LA MATEMÁTICA ES DIFÍCIL Y PRESTIGIOSA

La enseñanza de la matemática en todos los niveles se presenta como un problema no resuelto. El número de estudiantes que no avanza en el ciclo escolar debido a sus fracasos con la matemática y el número de reprobados en la disciplina en los demás ciclos de aprendizaje son las manifestaciones inmediatas de esa situación. Ella está tan extendida que los profesores de matemática son vistos como los grandes verdugos del sistema educativo, como la verdadera traba para el avance en los estudios secundarios o universitarios. Muchas veces el estudiante opta por ciclos o carreras que no tienen la disciplina, aunque no tengan particular vocación por el resultado final de ellos.

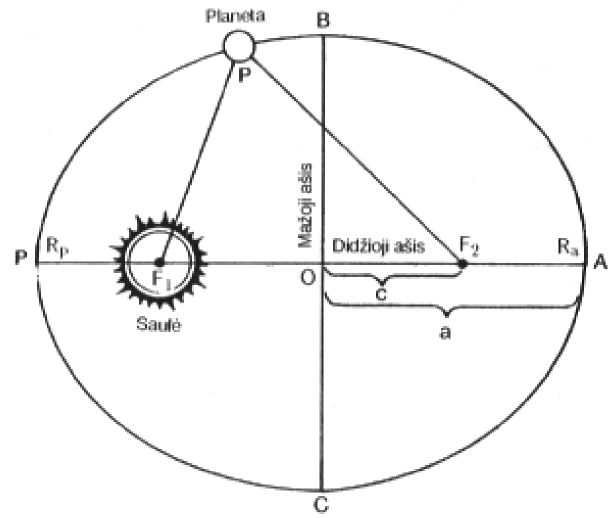
El problema tiene causas y manifestaciones diferenciadas en distintas épocas y países con diversos grados de desarrollo económico y cultural. No me referiré aquí a estos aspectos.

El objeto de la matemática es un tanto imperceptible. La abstracción de las propiedades cuantitativas o geométricas que caracterizan a las primeras nociones estudiadas en los cursos de matemática constituye un proceso de complicada asimilación. Pequeños errores en este proceso hacen muy difícil la asimilación de nuevos conceptos y procedimientos, lo que genera grandes traumas futuros. Por otra parte la memorización de una nomenclatura diferente y muy precisa introduce componentes que no son usuales en la vida diaria.

Sin embargo, esas mismas dificultades hacen que los que tienen ‘facilidad’ para su aprendizaje gocen de un respeto un tanto extraño y contradictorio. Se les (nos) ve como seres con algún privilegio sobre los demás, y a la vez como ‘bichos raros’. Esto lleva algunas veces a situaciones desagradables o dolorosas del siguiente tipo: tener que responder con los hombros levantados a la pregunta: ¿por qué si tu inteligencia te da para ser matemático no te dedicas a algo que dé más dinero?

Las dificultades para la enseñanza y el aprendizaje de la disciplina no son de hoy. Desde los primeros documentos escritos que se refieren a la enseñanza se destaca la de la matemática como un modelo a imitar. En el pórtico de la Academia de Platón estaba escrito: “No entre quien no sepa geometría”.

Durante la Edad Media diversos teoremas de la misma rama eran denominados ‘puente de burros’ (pons asinorum), como una muestra de que eran pocos los que, habiéndose iniciado en la disciplina, lograban salir adelante. La propia organización del conocimiento y sus estudios durante la Edad Media rendía culto a la importancia de la matemática. Se dividían en trivium y quadrivium, tres y cuatro vías. La primera incluía las tres artes liberales relativas a la elocuencia: gramática, retórica y dialéctica. La segunda al conjunto de las cuatro artes matemáticas: aritmética, geometría, astronomía (¿astrología?) y música. De trivium, que era la parte fácil de los estudios, procede la expresión 'trivial', que los matemáticos gustamos tanto de usar —y algunos dicen que es "lo que no recordamos cómo probar".



Incluso, hace unos cien años se creía que en el receptáculo de la inteligencia (digamos el cerebro) había una 'bolsa de la matemática', ¡de cuyo desarrollo dependía la facilidad para la disciplina!. Las dificultades anotadas, que son socialmente percibidas y reconocidas, provocan una grave consecuencia en los alumnos de los ciclos iniciales.

El buen desempeño en matemática es considerado, en general, como una muestra de sabiduría e inteligencia. Se ve a quienes tienen facilidad para la matemática como gente especial, con alguna dote extraordinaria: el saber matemático goza de prestigio. Esto se debe, por una parte, a que las dificultades de la disciplina hacen que quien la sabe o la aprende con facilidad sea visto distinto, especialmente dotado; por otra parte, los muchachos con particular facilidad para la matemática también tienen, por lo general, facilidad para conceptualizar en otras disciplinas, para continuar la concatenación lógica de razonamientos, hasta para encontrar similitudes en geografía, física...

Este 'prestigio' a su vez genera en quienes tienen dificultades un rechazo a la matemática. Se sienten apabullados, pasan a ignorar la belleza, la coherencia y el ordenamiento de la disciplina, y a rechazar todo tipo de formalización por su semejanza con la formalización matemática. No es infrecuente que estos estudiantes con dificultades sean más retraídos, sientan que no podrán ocupar sitios importantes en su actividad u obtener ocupaciones destacadas y modernas. Se considerarán humillados ante sus profesores de matemática y, más adelante, muchos de ellos serán incapaces de tener el sustento mínimo para incorporar conocimientos matemáticos o meramente cuantitativos que les permitan avanzar normalmente en sus estudios.

Los profesores universitarios tenemos experiencias variadas que muestran que la dificultad natural de los conocimientos tratados en nuestros cursos son frecuentemente un detalle en relación con las barreras psicológicas y el desinterés de nuestros alumnos. Elementos estos que tienen su origen en las observaciones anteriores sobre el prestigio y los temores por el saber matemático.

INGREDIENTES BÁSICOS

Querría insistir un poco más en los aspectos de categorizar y generalizar, porque me parecen los fundamentales desde el punto de vista de la maduración y avance intelectual del niño. Lo que estoy llamando 'categorización' es una de las maneras en que se forman los conceptos. Éste es un paso claramente posterior a la percepción de los objetos. Por esa razón se debe hacer del aprendizaje de la matemática una actividad constructiva y de razonamiento, de modo que el alumno reconozca objetos concretos, y logre luego que los objetos matemáticos adquieran su significado. Esto contradice la idea de que los niños simplemente absorben.

En estos procesos de elaboración de conceptos (matemáticos) el niño debe abstraer (sacar de, retirar, separar lo particular), debe discriminar (separar, distinguir), priorizar (determinar lo que es primero o más importante) y, como consecuencia, generalizar. Sin esta generalización no habrá formación de conceptos. La abstracción (discriminación, priorización) y generalización que forman parte de estas etapas iniciales (en realidad de todas las etapas de aprendizaje matemático) son esencialmente procesos psíquicos, por lo que el niño debe pasar por sí mismo de la percepción a la conceptualización.

Todos estos procesos no son exclusivos de la matemática, pero se dan particularmente puros, diáfanos, en esta disciplina. Por lo mismo es que adquieren particular relevancia en la buena educación general. Por ello mucho de lo que sigue se puede leer sustituyendo la palabra matemática por la denominación de otra disciplina o concepto.

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

El aprendizaje se da en el momento en que la matemática informal del niño (basada en nociones intuitivas y procedimientos inventados para operar con aquellas nociones) se transforma en algunas reglas formales que el maestro debe captar y resumir. Estos cambios se dan, en general, de modo súbito y crean discontinuidades en el proceso de aprendizaje. Estas discontinuidades son naturales e inevitables; los profesores deben estar preparados para ellas pues constituyen el aprendizaje mismo de la disciplina. Pero, además, para conseguir reales avances, los alumnos deben disponer de herramientas que les permitan dar el salto, o sea, establecer vínculos entre la matemática informal y formal. Se propenderá a crear modelos de situaciones o fenómenos conocidos que permitan simultáneamente analizar lo intuitivo y experimentar con el correlativo formal.

Deben abrirse etapas de reflexión sobre asuntos que los alumnos hayan pensado por sí mismos. El niño debe hacer una confrontación activa de los puntos de semejanza entre los datos y las ideas, entre lo intuitivo y lo formal. En esa confrontación podrá discriminar qué es lo esencial y qué es lo accesorio del concepto sobre el que está avanzando: las concordancias se harán compatibles con las diferencias. Esas similitudes serán integradas a un sistema y podrán ser reconocidas en cualquier otro ejemplo.

Los conocimientos matemáticos disponibles para el niño están sujetos a constantes mejoras. Hay asimilación de nuevos conocimientos y acomodamiento de los existentes. Por ello se debe aprender como un todo coherente y no como partes separadas. Esta capacidad de conexión funciona en dos sentidos: cubriendo tanto relaciones entre ideas matemáticas como la relación entre matemática y mundo real. Hay que dar estructura a lo que se está aprendiendo. Se ha llamado a esto 'entretejer los hilos del aprendizaje'. Pero este entretejido no puede llevar a la dispersión de los distintos componentes y la mezcla de conocimientos que responden a necesidades diversas. Por ejemplo, considero equivocado fraccionar en unidades demasiado pequeñas la exposición y discusión de aspectos de la geometría. Si se quiere estudiar el triángulo no deberían darse un día la definición, varias semanas después las relaciones entre sus ángulos, luego los distintos tipos, la importancia del concepto de altura o de baricentro. Creo mucho más productivo y superior desde el punto de vista de la disciplina (donde la memorización de conceptos abstractos no es fácil) tratar los temas en bloques, aunque las experiencias del niño circunstancialmente no los motiven directamente.

Como corolario de la observación inmediatamente anterior, surge que las ideas matemáticas mismas pueden constituir tema de estudio, aun en la escuela. No sé por qué a esto se le llama "matematización vertical". La disciplina debe pasar a tener su vida propia. Además del ejemplo geométrico ya dado, anoto la posibilidad de hacer el estudio de las proporciones en forma de fracciones cuando se introduce la idea de porcentajes.